

INTERROGATION - PHYSIQUE

Mardi 5 Mai 2026

Durée : 1h30 (2h pour les tiers-temps).

Exercice 1 : Vrai ou Faux (~ 4 points)

Dire si les énoncés suivants sont vrais ou faux. Justifier brièvement les réponses (surtout si vous pensez qu'ils sont faux).

- 1/ La loi fondamentale de l'hydrostatique s'écrit $\overrightarrow{\text{grad}}(P) = -\rho \overrightarrow{g}$, avec \overrightarrow{g} l'accélération du champ de pesanteur. **Faux, c'est $\overrightarrow{\text{grad}}(P) = \rho \overrightarrow{g}$.**
- 2/ La loi des gaz parfaits s'écrit $\frac{PV}{T} = nR$, où P est la pression, V le volume, n le nombre de moles gaz, R la constante des gaz parfaits et T la température. **Vrai.**
- 3/ L'enthalpie vaut $H = U + PV$ où U est l'énergie interne. **Vrai.**
- 4/ L'identité thermodynamique pour l'enthalpie est : $dH = TdS - PdV$. **Faux. C'est $dH = TdS + VdP$.**
- 5/ Pour une réaction adiabatique, la variation d'entropie s'écrit $\delta S = \frac{\delta Q}{T}$. **Faux. C'est uniquement l'entropie créée.**
- 6/ Calculer le rotationnel d'un vecteur a un sens. **Vrai.**
- 7/ Calculer la divergence d'un vecteur a un sens. **Vrai.**
- 8/ On peut avoir de la convection dans le vide. **Faux : il faut un milieu matériel.**
- 9/ Au cours d'un cycle d'une machine thermodynamique parfaite, on peut avoir création d'entropie. **Faux : pour un cycle parfait $\Delta S = 0$.**
- 10/ L'équation de la chaleur donne $D_{th}\Delta T - \frac{\partial T}{\partial t} = 0$. **Vrai.**
- 11/ $\iint \overrightarrow{j} \cdot d\overrightarrow{S} dt$ représente une énergie. **Vrai.**
- 12/ Le coefficient de diffusion thermique s'exprime en s.m^{-2} . **Faux. C'est en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$.**

Exercice 2 : Dérivées partielles, gradient, divergence (~ 3 points)

Dans tout l'exercice, on considérera le repère orthonormé cartésien $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$.

- 1/ Soit $f(x, y, z) = 2 \sin(xy) + 2e^{3yz} + x^2yz$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$. **$\frac{\partial f}{\partial x} = 2y \cos(xy) + 2xyz$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 2x \cos(xy) + 6ze^{3yz} + x^2z$; $\frac{\partial f}{\partial z} = 6ye^{3yz} + x^2y$.**
- 2/ Donner la différentielle totale de f . **$df = (2y \cos(xy) + 2xyz) dx + (2x \cos(xy) + 6ze^{3yz} + x^2z) dy + (6ye^{3yz} + x^2y) dz$.**
- 3/ Calculer le gradient de f . **$\overrightarrow{\text{grad}} f = (2y \cos(xy) + 2xyz) \overrightarrow{u}_x + (2x \cos(xy) + 6ze^{3yz} + x^2z) \overrightarrow{u}_y + (6ye^{3yz} + x^2y) \overrightarrow{u}_z$.**
- 4/ Calculer le laplacien de f . **$\Delta f = -2 \sin(xy) (x^2 + y^2) + 2yz + 18e^{3yz} (y^2 + z^2)$.**
- 5/ Soit $\overrightarrow{A} = \ln(xy) \overrightarrow{u}_x - (x^3 + 2z) \overrightarrow{u}_y + e^z \overrightarrow{u}_z$. Calculer la divergence de \overrightarrow{A} . **$\text{div} \overrightarrow{A} = \frac{1}{x} + e^z$.**
- 6/ Calculer $\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \overrightarrow{A})$. **$\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \overrightarrow{A}) = -\frac{1}{x^2} \overrightarrow{u}_x + e^z \overrightarrow{u}_z$.**

Exercice 3 : Fontaine de Héron (~ 5 points)

La fontaine de Héron, inventée par l'ingénieur grec Héron d'Alexandrie au 1er siècle après J.-C., est un dispositif illustrant le principe de l'hydraulique. Elle fonctionne sans pompe, uniquement grâce à la gravité et aux différences de pression de l'air.

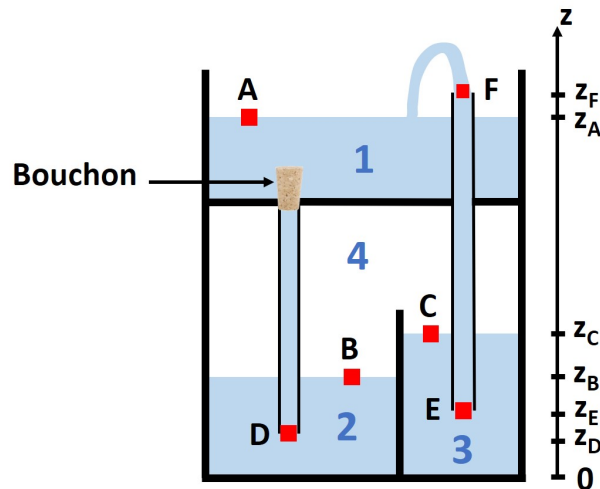


FIGURE 1 – Fontaine de Héron. Crédits : Amazon.

Le dispositif est constitué de plusieurs réservoirs reliés par des tuyaux :

- Le réservoir supérieur (1) est ouvert à l'air libre.
- Il est relié à une chambre inférieure étanche (4) par deux tubes verticaux fins (un à gauche et un à droite).
- Les réservoirs 1, 2 et 3 contiennent de l'eau, tandis que la région 4 contient n moles d'air enfermé (figure 1). La pression P_4 de l'air dans la région 4 peut donc être différente de la pression atmosphérique P_{atm} .
- La fontaine se met en marche lorsque l'on enlève le bouchon qui bouche l'entrée haute du tuyau gauche (voir figure 1).

On note ρ la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la gravité. L'axe z sera orienté vers le haut.

- 1/ Écrire l'équation fondamentale de l'hydrostatique. $\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}$.
- 2/ Déterminer l'expression de P_A , P_B , P_C et P_F des points A, B, C et F en fonction de P_{atm} et P_4 . $P_A = P_F = P_{\text{atm}}$; $P_B = P_C = P_4$.
- 3/ Déterminer l'expression de P_D du point D en fonction de P_{atm} et des altitudes des différents points. $P_D = P_{\text{atm}} + (z_A - z_D)\rho g$.
- 4/ Déterminer l'expression de P_D en fonction de P_4 et des altitudes des différents points. $P_D = P_4 + (z_B - z_D)\rho g$.
- 5/ En déduire une relation entre P_4 et P_{atm} et les altitudes des différents points. $P_4 - P_{\text{atm}} = (z_A - z_B)\rho g$.
- 6/ Reprendre les question 3 à 5 pour P_E et déduire une deuxième relation entre P_4 et P_{atm} et les altitudes des différents points. $P_E = P_{\text{atm}} + (z_F - z_E)\rho g = P_4 + (z_C - z_E)\rho g$. D'où $P_4 - P_{\text{atm}} = (z_F - z_C)\rho g$.
- 7/ Les relations que vous avez déterminées sont-elles valables lorsque la fontaine marche ? **Non, les relations précédentes ne sont valables qu'en statique, lorsque la fontaine ne fonctionne pas.**

- 8/ Déterminer les conditions sur P_4 pour que la fontaine fonctionne (de l'eau sort en F) lorsque l'on retire le bouchon et expliquer le fonctionnement de la fontaine. **L'eau s'écoule par le tube de gauche, faisant monter le niveau dans le réservoir 2. Ceci comprime l'air contenu dans 4, fait augmenter la pression qui se transmet au point E et pousse l'eau dans le tuyau de droite. Ainsi, la condition pour que la fontaine fonctionne est : $P_{\text{atm}} + (z_A - z_B)\rho g > P_4 > P_{\text{atm}} + (z_F - z_C)\rho g$, soit $z_A - z_B > z_F - z_C$.**
- 9/ BONUS : Cette fontaine ressemble à une machine à mouvement perpétuel. D'après vous, quel phénomène physique, non pris en compte ici, fait qu'elle s'arrête au bout d'un moment ? **On n'a pas pris en compte la viscosité qui induit des pertes d'énergie. Ce sera le phénomène limitant.**

Exercice 4 : Ton smartphone peut-il surchauffer dans ta poche ? (~ 3 points)

Un smartphone dissipe une puissance thermique constante $P = 3 \text{ W}$ lorsqu'il est utilisé intensivement (GPS et vidéo par exemple). Il est placé dans une poche de pantalon. On modélise les échanges thermiques uniquement par conduction à travers le tissu d'épaisseur $e = 2 \text{ mm}$ et de conductivité thermique $\lambda = 0.04 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. La surface d'échange du téléphone est de $S = 0.01 \text{ m}^2$. On suppose un régime stationnaire et unidimensionnel entre le corps de température $T_{\text{int}} = 37^\circ\text{C}$ et l'extérieur de température $T_{\text{ext}} = 20^\circ\text{C}$.

- 1/ Énoncer la loi de Fourier. **$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$.**
- 2/ On suppose que la conduction thermique prépondérante se fait avec l'extérieur. Établir l'expression de la température du téléphone T_{phone} en fonction des données du problème. **$T_{\text{phone}} = \frac{Pe}{\lambda S} + T_{\text{ext}}$.**
- 3/ Calculer et commenter la valeur de T_{phone} . **$T_{\text{phone}} = 35^\circ\text{C}$.**
- 4/ Comment évoluerait la température si la puissance dissipée doublait ? **Si la puissance double, on obtient $T_{\text{phone}} = 50^\circ\text{C}$.**
- 5/ Justifier que l'on a pu négliger la conduction thermique entre le smartphone et le corps. **La conduction thermique est proportionnelle à la différence de température. Celle-ci est plus importante entre le téléphone et l'extérieur qu'avec le corps. On peut donc négliger, en première approximation, la conduction vers le corps.**

Exercice 5 : Une chambre à soi (~ 7.5 points)

Un mur sépare l'intérieur chauffé d'un bâtiment ($T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$) de l'environnement extérieur ($T_{\text{ext}} = -10^\circ\text{C}$). Le mur est initialement modélisé par un seul matériau, d'épaisseur $L_{\text{mur}} = 0.3 \text{ m}$ et de conductivité thermique $\lambda_{\text{mur}} = 0,5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Cas simpliste (~ 3 pts)

- 1/ Rappeler la loi de Fourier et l'appliquer ici pour trouver la loi reliant le flux de chaleur élémentaire $\delta\phi_Q$ quittant la maison dans un cas unidimensionnel (en fonction de dx) sur une surface de mur $S_{\text{mur}} = 50 \text{ m}^2$. Discuter le signe de ce flux de chaleur en fonction de votre choix d'orientation. **On écrit : $\phi_Q = \int \vec{j}_Q \cdot \vec{n} dS$ avec ici $\vec{j}_Q = j_Q \vec{e}_x$. De plus Fourier donne $\vec{j}_Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$. Donc finalement $\delta\phi_Q = -\lambda S_{\text{mur}} \frac{dT}{dx}$ avec $\delta\phi_Q$ le flux de chaleur élémentaire qui quitte la maison (donc ok pour être négatif quand il fait chaud dedans et froid dehors).**
- 2/ Intégrer l'équation sur une épaisseur L_{mur} . **Cela devient : $\phi_Q = \int_{\text{intérieur}}^{\text{extérieur}} \delta\phi_Q$. Pour résoudre $\int_{\text{intérieur}}^{\text{extérieur}} -\lambda \frac{dT}{dx}$ on sait que $\delta\phi_Q$ est indépendant de x (on considère une solution linéaire). Donc, on peut utiliser la méthode de séparation de variable pour intégrer. $\delta\phi_Q dx = -\lambda S_{\text{mur}} dT$ et**

conséquemment $\int_{\text{intérieur}}^{\text{extérieur}} \delta\phi_Q dx = \int_{\text{intérieur}}^{\text{extérieur}} -\lambda S_{\text{mur}} dT$. Donc finalement $\phi_Q L_{\text{mur}} = -\lambda_{\text{mur}} S_{\text{mur}} (T_{\text{ext}} - T_{\text{int}})$ soit encore $\phi_Q = \lambda_{\text{mur}} S_{\text{mur}} \frac{(T_{\text{int}} - T_{\text{ext}})}{L_{\text{mur}}}$

- 3/ Montrer que le flux thermique peut s'écrire : $\phi_Q = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{R}$ avec R la résistance thermique que vous préciserez. $\phi_Q = \lambda_{\text{mur}} S_{\text{mur}} \frac{(T_{\text{int}} - T_{\text{ext}})}{L_{\text{mur}}}$ et donc $R = \frac{L_{\text{mur}}}{\lambda_{\text{mur}} S_{\text{mur}}}$.
- 4/ Calculer la résistance ainsi trouvée R et ϕ_Q le flux de chaleur sortant de la maison. $\phi_Q = 2500$ W et donc $R = 0.012$ K.W⁻¹.
- 5/ Si on considère le flux constant (hypothèse réaliste), représentez la distribution de température dans le mur entre l'intérieur et l'extérieur. Vous indiquerez bien l'axe utilisé. La température évolue linéairement entre T_{int} et T_{ext} sur l'épaisseur du mur.

Cas réaliste (~ 2.5 pts)

On prend maintenant un cas plus réaliste. On décrit le mur comme constitué de deux couches :

- Couche 1 : Béton avec $\lambda_{\text{béton}} = 1,4$ W.m⁻¹.K⁻¹ d'épaisseur $L_{\text{béton}}$
- Couche 2 : Laine de verre (un isolant très utilisé) avec $\lambda_{\text{laine}} = 0,04$ W.m⁻¹.K⁻¹ d'épaisseur L_{laine}

On appellera T_{couche} la température entre les deux couches de matériaux. La surface de mur est la même que précédemment (S_{mur}).

- 1/ Que se passe-t-il concernant la résistance thermique? Le mur peut-il être assimilé à deux résistances placées en série ou en dérivation? Calculer la résistance thermique totale en mettant en évidence $R_{\text{béton}}$ et R_{laine} , la résistance thermique correspondant à chacune de ces couches, en utilisant $L_{\text{béton}}$ et L_{laine} les épaisseurs de béton et de laine de verre utilisées par le constructeur. La résistance thermique diminue. Le mur peut être assimilé à 2 résistances en série. $R_{\text{béton}} = \frac{L_{\text{béton}}}{\lambda_{\text{béton}} S_{\text{mur}}}$ et $R_{\text{laine}} = \frac{L_{\text{laine}}}{\lambda_{\text{laine}} S_{\text{mur}}}$. On a $R = R_{\text{béton}} + R_{\text{laine}}$.
- 2/ Faire l'application numérique pour une couche de laine de verre de 10 cm et un mur en béton de 80 cm sur une surface S_{mur} . $R = 0.0612$ K.W⁻¹.
- 3/ Vous chauffez votre appartement de 25 m² (au sol!, comptez 50 m² de mur verticaux) avec un radiateur d'une puissance moyenne de 500 W. Est-ce suffisant pour maintenir l'intérieur à 20°C malgré le froid? La puissance qui s'évacue par les murs (on oublie le sol et le plafond) vaut donc $\phi = (T_{\text{int}} - T_{\text{ext}})/R = 490$ W. Un radiateur de 500 W suffit.

Cas idéal (~ 2 pts)

Vous décidez de vous passer de chauffage, parce qu'après tout pourquoi s'ennuyer à payer des factures. Vous installez donc un toit en verre. Ce toit chauffe la pièce le jour grâce aux rayons du soleil ($P_{\text{rayonné}}$ par m² au sol = 1300 W.m⁻² le jour). Lorsque vous commencez votre installation il fait 20°C dans la chambre. Pour simplifier on considérera que la température externe est constante à -10°C. La pièce a une volume d'air de 60 m³, la capacité thermique massique de l'air vaut : $c_p = 1000$ J.kg⁻¹.K⁻¹ et la densité de l'air est de 1,2 kg.m⁻³.

- 1/ La première nuit (pas de chauffage par rayonnement donc), quelle doit être la valeur de la résistance thermique pour être sûr que la température de la chambre ne passe pas sous les 10°C lorsque le soleil se lève (12h plus tard)? Est-ce réaliste? Alors, la chaleur maximale qui doit s'être échappée vaut $Q = \rho_{\text{air}} V_{\text{air}} c_p \Delta T = 720'000$ J, soit une puissance de $P = 16.7$ W. Pour être sûr que c'est bon, il faut $R > (20 - (-10))/P = 1.8$ K.W⁻¹, ce qui ne semble pas très réaliste, vu les valeurs calculées plus haut. Comme $Q = \frac{\Delta T}{R}$, minimiser Q correspond à maximiser R à ΔT fixé. Donc ici il est possible de maintenir cette température, mais il faudrait 3.6 m d'épaisseur de laine de verre ($R = \frac{L_{\text{laine}}}{S_{\text{laine}} \lambda_{\text{laine}}} \rightarrow L_{\text{laine}} = R S_{\text{laine}} \lambda_{\text{laine}}$... il va sans doute falloir continuer à chauffer.

- 2/ A la fin d'une journée de soleil (12h), quelle température fait-il dans la chambre ? On n'oubliera pas les pertes par les murs, pour ce faire on prendra une résistance thermique classique des murs de 0.05 K.W^{-1} . Est-ce réaliste ? Pourquoi ? Qu'a-t-on oublié ? À la fin de la journée, on a reçu $Q_r = 1300 \times 25 \times \Delta t = 1.4 \times 10^9 \text{ J}$ d'énergie puissance du Soleil. On a $Q_r = \rho_{\text{air}} V_{\text{air}} c_p (T - 20) + (T - (-10))/R$. (On oublie la dépendance du flux thermique dans le temps) D'où $T = 19'500 \text{ K}$, ce qui est irréaliste. On a oublié les meubles !! Ici il ne s'agit que de l'air de la pièce, d'où la résistance très grande (la faible isolation).

Exercice 6 : La pompe à chaleur ($\sim 2 \text{ pts} + 1 \text{ pts bonus}$ en fonction de 5/)

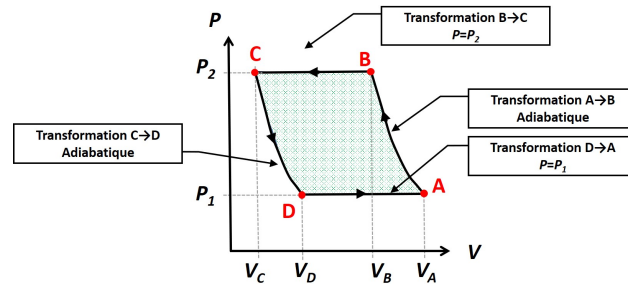


FIGURE 2 – Cycle simplifié d'une pompe à chaleur

Dans cette question, on va voir à quelle température une pompe à chaleur peut réchauffer votre appartement. Le cycle thermodynamique d'une pompe à chaleur est représenté figure 2. La source froide est ici l'extérieur à une température $T_f = -7^\circ\text{C}$. La source chaude est l'air de l'appartement, qu'on veut garder à une température supérieure de $T_c = 20^\circ\text{C}$ (s'il fait trop chaud on ouvrira la fenêtre). Le cycle est réversible sans changement d'état. Pendant la transformation isobare de B à C , le moteur échange une chaleur Q_f avec la source froide. Pendant la transformation isobare de D à A , le moteur échange une chaleur Q_c avec la source chaude. Pour ce cycle, l'efficacité est définie comme $e = \frac{-Q_c}{W}$: Q_c est la quantité de chaleur froide fournie par la pompe à chaleur à la source chaude, et W est le travail que l'opérateur fournit à la pompe à chaleur pour qu'elle marche.

- 1/ Énoncer le premier principe de la thermodynamique et déterminer la relation entre W , Q_f et Q_c . $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$.
- 2/ Énoncer le second principe de la thermodynamique et déterminer la variation d'entropie au cours du cycle thermodynamique de la pompe à chaleur. $\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + \Delta S_c = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$.
- 3/ Déterminer la relation entre Q_c , T_c , Q_f et T_f . $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$.
- 4/ En déduire l'expression de l'efficacité e en fonction de T_c et T_f . $e = \frac{-Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$.
- 5/ L'efficacité d'une pompe à chaleur commerciale est typiquement de 400%. Est-ce suffisant pour chauffer une pièce de 25 m^2 avec un travail de 500 W ? Vous détaillerez vos hypothèses et vos calculs. Soit un appartement de 25 m^2 (50 m^3) et une chaleur dégagée de $Q = 4 \times 500 = 2 \text{ kW}$. Discussion sur une résistance thermique typique d'une maison : $R = \frac{\Delta T}{Q} = 0.0135 \text{ K.W}^{-1}$ cela semble réaliste.