

INTERROGATION - PHYSIQUE

Mardi 1^{er} Avril 2025

Durée : 1h30 (2h pour les tiers-temps).

Exercice 1 : Vrai ou Faux (~ 4 points)

Dire si les énoncés suivants sont vrais ou faux. Justifier brièvement les réponses (surtout si vous pensez qu'ils sont faux).

- 1/ La loi fondamentale de l'hydrostatique s'écrit $\overrightarrow{\text{grad}}(P) = -\rho \overrightarrow{g}$, avec $\overrightarrow{g}$ l'accélération du champ de pesanteur.
- 2/ La loi des gaz parfaits s'écrit $PV = \frac{m}{M}RT$, où P est la pression, V le volume, m la masse de gaz, M sa masse molaire, R la constante des gaz parfaits et T la température.
- 3/ L'énergie interne d'un gaz parfait vaut toujours $U = \frac{3}{2}Nk_B T$, avec N le nombre de particules de gaz.
- 4/ Pour une réaction adiabatique, la variation d'entropie s'écrit $\delta S = \frac{\delta Q}{T}$.
- 5/ Si $f(x, y)$ ne dépend pas de y , la différentielle totale de $f(x, y)$ s'écrit $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx$.
- 6/ Calculer le rotationnel d'un scalaire a un sens.
- 7/ Calculer la divergence d'un scalaire a un sens.
- 8/ On peut avoir de la conduction dans le vide.
- 9/ Au cours d'un cycle d'une machine thermodynamique parfaite, on peut avoir création d'entropie.
- 10/ L'équation de la chaleur donne $D_{th}\Delta T + \frac{\partial T}{\partial t} = 0$.
- 11/ $\iint \overrightarrow{j}_Q \cdot d\overrightarrow{S}$ représente une énergie.
- 12/ Une conduction thermique s'exprime en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

Exercice 2 : Dérivées partielles, gradient, divergence (~ 3 points)

Dans tout l'exercice, on considérera le repère orthonormé cartésien $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$.

- 1/ Soit $f(x, y, z) = 5 \cos(xy) + 2e^{4xy} + xz^2$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$.
- 2/ Donner la différentielle totale de f .
- 3/ Calculer le gradient de f .
- 4/ Calculer le laplacien de f .
- 5/ Soit $\overrightarrow{A} = e^{\cos(x)} \overrightarrow{u}_x - (2x^3 + y) \overrightarrow{u}_y + e^{yz} \overrightarrow{u}_z$. Calculer la divergence de $\overrightarrow{A}$.
- 6/ Calculer $\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \overrightarrow{A})$.

Exercice 3 : Réseau de distribution d'eau (~ 3 points)

La figure 1 représente un réseau de distribution d'eau potable. On appelle P_O la pression au point O , et $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ la pression atmosphérique. On donne les masses volumiques : $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_{\text{air}} = 1.204 \text{ kg.m}^{-3}$

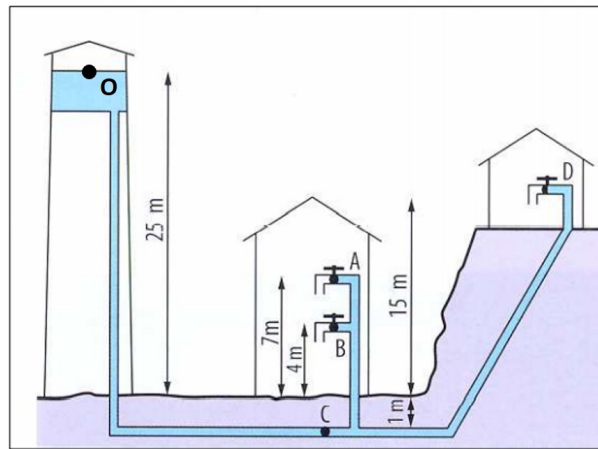


FIGURE 1 – Réseau de distribution d'eau potable. Source : eSciences.be.

- 1/ Quel est le fluide qui transmet la pression dans les canalisations du réseau ?
- 2/ Quelle pression minimale faut-il au robinet pour que l'eau puisse couler ?
- 3/ Donner loi fondamentale de l'hydrostatique pour un fluide incompressible.
- 4/ Déterminer les pressions en O ainsi qu'en A , B , C et D quand tous les robinets sont fermés.
- 5/ Si maintenant on considère une alimentation en eau qui ne se fait pas via la tour (point O), mais par une canalisation d'eau sous pression qui arrive au point C , quelle serait la pression nécessaire en C pour que l'eau puisse s'écouler du robinet au point D ?

Exercice 4 : Réfrigérateur (~ 5 points)

Un réfrigérateur utilisant de l'hélium fonctionne avec un cycle de Brayton inversé avec un rapport de pression de 5.0. Avant compression, le gaz occupe un volume $V_4 = 100 \text{ cm}^3$ à une pression $P_4 = 150 \text{ kPa}$ et une température de $T_4 = -23^\circ\text{C}$. Son volume à la fin de la détente vaut $V_1 = 80 \text{ cm}^3$.

Un cycle de Brayton inversé se compose de :

- Entre les états 4 et 3 : une compression adiabatique
- Entre les états 3 et 2 : une évolution isobare au cours de laquelle le système échange une quantité Q_c avec une source chaude.
- Entre les états 2 et 1 : une détente adiabatique
- Entre les états 1 et 4 : une évolution isobare au cours de laquelle le système échange une quantité Q_f avec une source froide.

On rappelle que :

- l'hélium est un gaz monoatomique que l'on supposera parfait et pour lequel $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ et $c_p = \frac{5}{2}R$.
- pour une évolution adiabatique, on a $P^{(1-\gamma)/\gamma}T = \text{cste}$.
- la constante des gaz parfaits vaut $R = 8.31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

- 1/ Calculer le nombre de moles d'Hélium dans le réfrigérateur.
- 2/ Que vaut la pression dans les états 3 et 2 ?
- 3/ Calculer la température T_1 à la fin de la détente.
- 4/ Calculer la température T_3 à la fin de la compression.
- 5/ Calculer la température T_2 au début de la détente.
- 6/ Calculer Q_c .
- 7/ Calculer Q_f .
- 8/ Énoncer le premier principe.
- 9/ Établir une relation entre le travail W fourni au frigo, Q_f et Q_c .
- 10/ Déterminer W . Quelle puissance faut-il fournir au frigo pour qu'il effectue 60 cycles par seconde ?
- 11/ Quelles sont les sources froide et chaude dans un frigo ?
- 12/ Calculer l'efficacité du frigo.
- 13/ Tracer le cycle de Brayton inversé dans un diagramme de Clapeyron ($P(V)$).

Exercice 5 : On se les caille (~ 5 points)

Soit une maison de 80 m^2 au sol (10 m de long et 8 m de large), de hauteur sous plafond de 3 m, dans le Jura. On considérera le toit comme une surface horizontale. La maison possède comme système de chauffage principal un poêle à bois de puissance $P_{\text{poêle}} = 4 \text{ kW}$. Les ami·e·s qui vivent dans cette maison voudraient être sûr·e·s d'avoir au moins 15°C à l'intérieur toute l'année. La maison est très bien isolée au sol et les murs/toits sont faits de torchis, comme représenté sur l'image de gauche de la figure 2. On a $\lambda_{\text{torchis}} = 0,59 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. La première nuit d'hiver, il fait -5°C dehors.

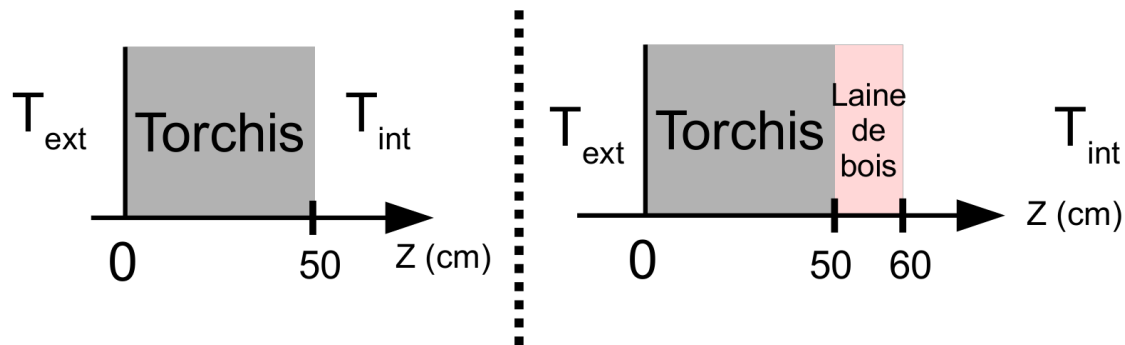


FIGURE 2 – Schéma du mur avant et après isolation

- 1/ Que vaut T_{int} si le poêle à bois est allumé et $T_{\text{ext}} = -5^\circ\text{C}$? (*Indication* : On pensera à utiliser la résistance thermique du torchis sur les murs et le toit de la maison.)
- 2/ Donnez l'équation de la chaleur en régime stationnaire (ici vous ne considèrerez pas les variations de la température au cours du temps). Montrez que la température dans le mur en torchis peut s'écrire sous la forme : $T(z) = T_0 z + T_1$ et vous donnerez T_0 et T_1 en fonction de T_{int} et T_{ext} .

Rodé·e·s par un hiver difficile, la deuxième année, iels décident d'isoler leur maison en rajoutant des panneaux intérieurs (10 cm de laine de bois en plus du torchis $\lambda_{\text{laine de bois}} = 0,042 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) comme représenté sur l'image droite de la figure 2. Vous considèrerez la même surface de mur et toit dans la suite (on néglige la perte d'espace dû à l'ajout de ces panneaux de laine de bois).

- 3/ Modélisez la réponse thermique d'un mur de 1 m^2 composé de 50 cm de torchis et 10 cm de laine de bois sous la forme de deux résistances thermiques dont on donnera les valeurs.
- 4/ Quelle température fait-il maintenant dans la maison l'hiver suivant à la même température extérieure ($T_{\text{ext}} = -5^\circ\text{C}$) ? Est-ce réaliste ?
- 5/ Si on veut maintenir l'intérieur de la maison à une température de confort de $T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$, à quelle puissance doit-on faire chauffer le poêle ? On gardera cette puissance dans la suite de l'exercice.
- 6/ Représentez graphiquement l'évolution de la température $T(z)$ entre l'intérieur $T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$ et l'extérieur de la maison $T_{\text{ext}} = -5^\circ\text{C}$. On fera attention à la valeur de T entre la laine de bois et le torchis.