

## Travaux Dirigés - Feuille n° 4 - Diffusion et conduction de chaleur (suite)

### Exercice 1: Puits canadien

Les puits canadiens (aussi parfois appelés puits provençaux) sont des dispositifs très simples qui permettent de tirer parti de la température quasi-constante du sol pour chauffer ou refroidir l'air qui est ventilé dans une maison. L'idée est d'aspirer l'air frais à travers un tuyau plastique enterré proche de la surface et qui est donc en contact thermique avec le sol. Plus le puits canadien est enterré profondément, plus il est efficace. En général, la plupart des puits canadiens sont enterrés à entre 1 et 5 m de profondeur. Considérons un puits canadien typique (figure 1) qui amène de l'air frais dans une maison via un tuyau en PVC (figure 1). On a les données suivantes :

- Surface de la maison :  $100 \text{ m}^2$ .
- Hauteur de la maison :  $3 \text{ m}$ .
- Le taux de renouvellement de l'air  $Q_{air}$  est de 4 fois le volume de la maison par heure.
- L'air est aspiré à une température externe de  $T_{ext} = 35^\circ\text{C}$ .
- Le puits canadien est entouré de terre à une température  $T_{terre} = 15^\circ\text{C}$ .
- Le tuyau en PVC a un rayon de  $R = 10 \text{ cm}$ .
- L'épaisseur du PVC est de  $2 \text{ mm}$ .
- La conductivité thermique du PVC est  $\lambda_{PVC} = 0.19 \text{ W/m.K}$ .
- La densité de l'air est  $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ .
- La capacité thermique massique de l'air est  $c_{air} = 29 \text{ kJ/kg.K}$ .

1. Que vaut le vecteur densité de chaleur  $\vec{j}_Q$  ?
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la température  $T$ .
3. Résoudre l'équation différentielle.
4. Quelle est la longueur caractéristique sur laquelle l'air entrant est thermalisé à la température du sol ?
5. Si le tuyau a une longueur de  $35 \text{ m}$ , quelle est la température de l'air lorsqu'il arrive dans la maison ?

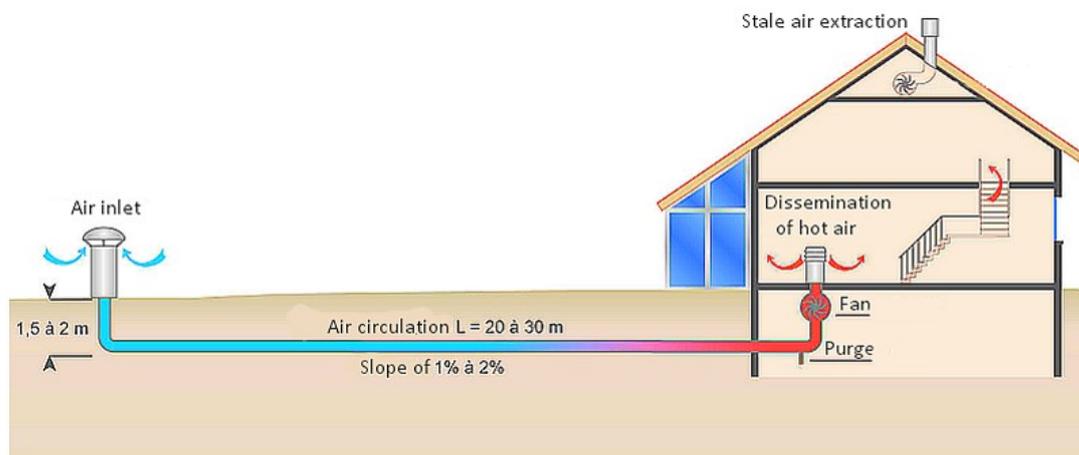


FIGURE 1 – Fonctionnement d'un puits canadien. © Michel Cayla.

Response : 1.  $\vec{j}_Q = -\lambda \text{ grad } T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{e}_x$ . 2.  $c_{air} \rho_{air} Q_{air} \frac{\partial T}{\partial x} dx = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} 2\pi R dz$ . 3.  $T(x) = T_{terre} + (T_{ext} - T_{terre}) e^{-\alpha x}$ . 4. La longueur caractéristique vaut  $\frac{1}{\alpha} = \frac{e c_{air} \rho_{air} Q_{air}}{2\lambda \pi R} = 1.92 \text{ m}$ . 5. On trouve alors  $\frac{1}{\alpha} = 1.92 \text{ m}$ .

## Exercice 2: Température dans un igloo

En introduisant des hypothèses raisonnables, déterminer la température dans un igloo où la seule source de chaleur est une personne qui émet une puissance de chauffage de 500 W par rayonnement.

Données qui peuvent être utiles :  $\lambda_{\text{neige}} = 0.15 \text{ W/m.K}$ ,  $\lambda_{\text{neige tasseé}} = 0.3 \text{ W/m.K}$ ,  $\lambda_{\text{glace}} = 1.7 \text{ W/m.K}$ ,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W.K}^{-4}.\text{m}^{-2}$ .

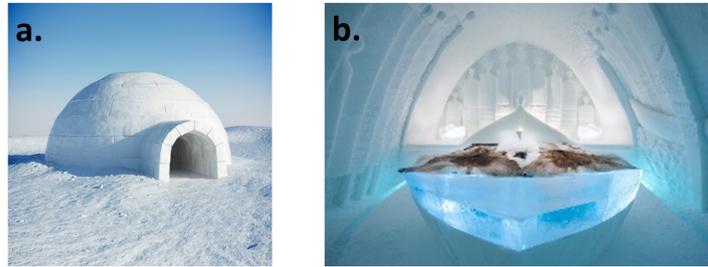


FIGURE 2 – a. Un igloo. © Turbosquid. b. Une chambre du Ice Hotel (Jukkasjärvi, Sweden). © Ice Hotel.

**Réponse :** Calculons la puissance perdue par conduction pour un igloo hémisphérique de rayon  $R = 2 \text{ m}$  et de température intérieure  $T_{\text{in}}$  et placée dans un environnement  $T_{\text{ext}} = -20^\circ\text{C}$ . On a :  $P_{\text{cond}} = \iint_{\vec{S}} \vec{q} \cdot d\vec{S} = -2\pi R^2 \lambda \frac{T_{\text{ext}} - T_{\text{in}}}{d}$ . Pour trouver la température à l'intérieur de l'igloo, on remarque que la chaleur rayonnée par la personne sert à compenser les pertes à travers les murs. On trouve  $T_{\text{ext}} - T_{\text{int}} \approx 35 \text{ K}$ , soit  $T_{\text{int}} = 15^\circ\text{C}$ .