

INTERROGATION - PHYSIQUE

Lundi 17 Mars 2025

Durée : 30 minutes (40 minutes pour les tiers-temps).

Exercice 1 : Vrai ou Faux (~ 5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est Vraie ou Fausse. Justifier *brèvement*.

- 1/ La divergence est un opérateur qui s'applique à un vecteur. **Vrai.**
- 2/ Il y a besoin d'un milieu matériel pour qu'il y ait rayonnement. **Faux : le rayonnement se fait via des ondes électromagnétiques qui n'ont pas besoin d'un milieu matériel pour se propager.**
- 3/ La longueur d'onde maximale émise par un corps noir augmente lorsque la température du corps noir augmente. **Faux : on a la loi de Wien $\lambda_{max}T = 1.898 \times 10^{-3}$ m.K.**
- 4/ Une transformation adiabatique est une transformation où l'entropie est constante. **Faux : il faut qu'elle soit adiabatique et réversible pour être isentropique.**
- 5/ La densité de flux de chaleur est dirigé du point le plus froid d'un système vers son point le plus chaud. **Faux : la loi de Fourier dit $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$. Le flux se fait donc du point le plus chaud vers le point le plus froid.**

Exercice 2 : Questions de cours (~ 5 points)

- 1/ Énoncer le premier principe de la thermodynamique. Expliciter chaque terme de l'équation. **$\Delta U = W + Q$.**
- 2/ Donner l'identité thermodynamique pour l'enthalpie libre (dH en fonction des variables d'états et de leur différentielles). **$dH = TdS + VdP$.**
- 3/ Exprimer T comme une dérivée partielle de H . **$T = \frac{\partial H}{\partial S}$.**
- 4/ Énoncer la loi de l'hydrostatique pour un fluide incompressible. **$P_0 - P(z) = -\rho g z$.**
- 5/ Énoncer l'équation de conservation de la chaleur. **$\text{div} \vec{j}_Q + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$.**

Exercice 3 : Dérivées partielles, gradient, divergence (~ 5 points)

Dans tout l'exercice, on considérera le repère orthonormé cartésien $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

- 1/ Soit $f(x, y, z) = 2 \cos x + 6xy + yz^4$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$. **$\frac{\partial f}{\partial x} = -2 \sin x + 6y$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 6x + z^4$; $\frac{\partial f}{\partial z} = 4yz^3$.**
- 2/ Donner la différentielle totale de f . **$df = (-2 \sin x + 6y)dx + (6x + z^4)dy + 4yz^3dz$.**
- 3/ Calculer le gradient de f . **$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = (-2 \sin x + 6y)\vec{u}_x + (6x + z^4)\vec{u}_y + 4yz^3\vec{u}_z$.**
- 4/ Calculer le laplacien de f . **$\Delta f = -2 \cos x + 12yz^2$.**
- 5/ Soit $\vec{A} = e^{(2xy)}\vec{u}_x - 5y\vec{u}_y + y^2z\vec{u}_z$. Calculer la divergence de $\vec{A}$. **$\text{div}(\vec{A}) = 2ye^{(2xy)} - 5 + y^2$.**

Exercice 4 : Pompe à chaleur (~ 5 points)

Une pompe à chaleur fonctionne sur le même principe qu'un réfrigérateur, mais avec un but différent : on veut prendre de la chaleur à une source froide et la transmettre à une source chaude. C'est un dispositif qui est couramment utilisé pour chauffer les maisons. On peut par exemple prendre une source froide qui est un lac à $T_f = 10^\circ\text{C}$ pour chauffer une maison qui est à $T_c = 25^\circ\text{C}$.

On considère donc un cycle réversible sans changement d'état. Pendant la transformation isobare entre un point B et un point C , le moteur échange une chaleur Q_f avec une source à la température T_f . Pendant la transformation isobare d'un point D à un point A , le moteur échange une chaleur Q_c avec une source à la température T_c . Pour ce cycle, l'efficacité est définie comme $e = \frac{-Q_c}{W}$: Q_c est la quantité de chaleur froide fournie par le frigo, et W est le travail que l'opérateur fournit au frigo pour qu'il marche.

- 1/ Dessiner le cycle dans le diagramme $P(V)$. Voir TD2, Ex9.
- 2/ Déterminer la relation entre W , Q_f et Q_c . $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$.
- 3/ Déterminer la relation entre Q_c , T_c , Q_f et T_f . $\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$.
- 4/ En déduire l'efficacité pour une machine réversible. La calculer dans le cas de la pompe à chaleur chauffant la maison à partir du lac. $e = \frac{-Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{298}{15} = 19.9$. C'est très efficace!!

Exercice 5 : Chauffage d'une théière avec une bougie (~ 5 points)



FIGURE 1 – Théière chauffée par une bougie. Crédits : GiFi, Freepick.

On considère une bougie chauffe-plat qui chauffe avec une puissance de 30 W une plaque carrée d'aluminium de longueur $L = 20 \text{ cm}$ et d'épaisseur $e = 3 \text{ cm}$. Pour simplifier, on considérera que la partie de la plaque faisant face à la bougie reçoit toute la puissance. On ne s'intéressera ici qu'à la conduction thermique par la plaque d'aluminium (conductivité thermique $\lambda_{\text{Al}} = 185 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$).

- 1/ Exprimer la quantité de chaleur qui traverse la surface carrée de la plaque entre t et $t + dt$ en fonction du vecteur densité de flux de chaleur $\vec{j}_Q$, L et dt . $\delta Q = \iint \vec{j}_Q \cdot \vec{dS} \cdot dt = \|\vec{j}_Q\| L^2 dt$.
- 2/ En déduire $\|\vec{j}_Q\|$. $P = \frac{\delta Q}{dt} = \|\vec{j}_Q\| L^2 = 30 \text{ W}$. D'où $\|\vec{j}_Q\| = 750 \text{ W.m}^{-2}$.
- 3/ Énoncer la loi de Fourier. $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$.
- 4/ Si on se débrouille pour maintenir la face de la plaque chauffée par la bougie à 80°C , quelle est la température sur la face de la plaque où la théière est posée? $\|\vec{j}_Q\| = \lambda \frac{\Delta T}{e}$, d'où la plaque où la théière est posée est à 79.9°C .