Interrogation - Physique - Seconde Chance

Lundi 24 Juin 2024

Durée : 1h30 (2h pour les tiers-temps).

Exercice 1 : Vrai ou Faux ($\sim$ 4 points)

Dire si les énoncés suivants sont vrais ou faux. Justifier brièvement les réponses (surtout si vous pensez qu'ils sont faux).

1/ La loi fondamentale de l'hydrostatique s'écrit toujours $P = P_0 + \rho g z$, lorsque l'axe z est orienté positivement vers les hautes altitudes. Faux : c'est $\overrightarrow{\text{grad}}\ P = \rho \vec{g}$. La formule de l'énoncé n'est valable que pour un fluide incompressible.

2/ La loi des gaz parfaits s'écrit $PV = NRT$, où P est la pression, V le volume, N le nombre de moles du gaz considéré, R la constante des gaz parfaits et T la température. Vrai.

3/ L'enthalpie vaut $H = U - PV$ où U est l'énergie interne. Faux. C'est $H = U + PV$.

4/ Pour une réaction adiabatique, la variation d'entropie s'écrit $\delta S = \frac{\delta Q}{T}$. Faux. C'est $\delta S = 0$.

5/ La différentielle totale de $f(x,y)$ s'écrit $df = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$. Faux. $df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$.

6/ Calculer le gradient d'un vecteur a un sens. Faux : on ne peut prendre que le gradient d'un scalaire.

7/ Calculer la divergence d'un vecteur a un sens. Vrai.

8/ On peut avoir de la conduction dans le vide. Faux : la conduction se fait dans un milieu matériel.

9/ Si tous les éléments d'un système sont à la même température, il n'y a pas de convection. Vrai.

10/ En régime stationnaire (indépendant du temps) et sans source locale de chaleur, on a $\text{div}\,\vec{j}_Q = 0$ où $\vec{j}_Q$ est la densité de flux de chaleur. Vrai.

11/ $\|\vec{j}_Q\|$ s'exprime en J.m^{-1}.s^{-1}. Faux. C'est en J.m^{-2}.s^{-1}.

12/ Un coefficient de diffusion thermique s'exprime en s.m^2. Faux : c'est en m^2.s^{-1}.

Exercice 2 : Dérivées partielles, gradient, divergence ($\sim$ 3 points)

Dans tout l'exercice, on considérera le repère orthonormé cartésien $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

1/ Soit $f(x,y,z) = \sin(5xy) - 3x + 2y^3z^4$. Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$. $\frac{\partial f}{\partial x} = 5y\cos 5xy - 3$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 5x\cos 5xy + 6y^2z^4$; $\frac{\partial f}{\partial z} = 8y^3z^3$.

2/ Donner la différentielle totale de f. $df = (5y\cos 5xy + 3)dx + (5x\cos 5xy + 6y^2z^4)dy + 8y^3z^3dz$.

3/ Calculer le gradient de f. $\overrightarrow{\text{grad}}\ f = (5y\cos 5xy + 3)\vec{u}_x + (5x\cos 5xy + 6y^2z^4)\vec{u}_y + 8y^3z^3\vec{u}_z$.

4/ Calculer le laplacien de f. $\Delta f = -25y^2\sin 5xy - 25x^2\sin 5xy + 12yz^7 + 24y^3z^2$.

5/ Soit $\vec{A} = \text{e}^{5y}\vec{u}_x - \text{e}^{-2y^2}\vec{u}_y + \text{e}^z\vec{u}_z$. Calculer la divergence de $\vec{A}$. $\text{div}\,\vec{A} = 4y\text{e}^{-2y^2} + \text{e}^z$.

6/ Calculer $\overrightarrow{\text{grad}}\,(\text{div}\,\vec{A})$. $\overrightarrow{\text{grad}}\,(\text{div}\,\vec{A}) = (2 - 16y^2)\text{e}^{-2y^2}\vec{u}_x + \text{e}^z\vec{u}_z$.

Exercice 3 : Qu'aurait fait Pascal ? ($\sim$ 4 points)

1/ Soit un tube en U rempli de deux liquides non miscibles de densité ρ_1 et ρ_2 placés à l'air libre ($\text{P}_{\text{ext}} = P_0$). On cherche à déterminer la densité du second liquide grâce à Pascal. Le tube de section S constante est représenté sur la figure 1 et des densités vous sont donnés dans le tableau 1. (2 pts)

liquide	eau	huile d'olive	gazole	acétone	sang
ρ (kg.m^{-3})	1000	930	820	780	1080

Table 1 – Densité de différents liquides

(a) Donnez la valeur de la pression à la surface du liquide $P_1(h_1)$ et $P_2(h_2)$ en fonction de P_0. Que valent-elles en z=0, c'est-à-dire $P_1(z = 0)$ et $P_2(z = 0)$? (1 pt) $P_1(h_1) = P_2(h_2) = P_0$, $P_1(0) = \rho_1 g h_1 + P_0$ et $P_2(0) = \rho_2 g h_2 + P_0$. D'après Pascal, $P_1(0) = P_2(0)$.

(b) En déduire la valeur de ρ_2 en fonction de ρ_1, h_1 et h_2. (0,5 pt) D'après le résultat précédent, $\rho_1 g h_1 = \rho_1 g h_1$ donc $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ et finalement $\rho_2 = \rho_1 h_1 / h_2$.

(c) Si le premier liquide est de l'eau ($\rho_1 = 1000$ kg.m^{-3}), et qu'on mesure $h_1 = 8 \pm 0.1$ cm, $h_2 = 8.8 \pm 0.1$ cm, identifiez le second liquide. Êtes-vous sûr de votre réponse ? Le second liquide est a priori de l'huile $\rho_1 h_1 / h_2 = 910$ kmg.m^{-3} mais discussion sur le degré de confiance de l'assertion. Avec des erreurs non correlées de lecture on est à $\rho_1 h_1 / h_2 = 910 \pm 49$ kg.m^{-3} donc a priori compatible avec du gazole également.

2/ Soit une presse de Pascal comme illustrée en figure 1. Si le liquide utilisé est de l'eau (incompressible), que la force F_1 s'exerce sur une surface S_1 (50 cm^2) et F_2 s'exerce sur une surface S_2 (5 m^2). Soit une voiture de 2500 kg qu'on souhaite soulever en laboratoire.

(a) Donnez la valeur minimale de F_1 nécessaire à l'élévation de la voiture. (1 pt) D'après Pascal on a : $P_1 = P_2$ donc $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$. Comme $F_2 = m_{\text{voit}} g$, on a $F_1 = \frac{S_1}{S_2} m_{\text{voit}} g$ donc ici $F_1 = \frac{F_2}{1000} = 1/1000 * 2500 * 10 = 25$ N soit la force de pesanteur d'une masse de 2,5 kg.

(b) Quel déplacement d_1 est-il nécessaire pour lever la voiture de 10 cm ? (0,5 pt) Conservation de la quantité de matière : $d_1 S_1 = d_2 S_2$ soit $d_1 = d_2 \frac{S_2}{S_1}$ soit 10'000 cm, soit encore 100 m, ce qui parait beaucoup dans la pratique.

(c) Si on veut réaliser cette action en 10 s. quelle puissance est-elle nécessaire ? On négligera les frottements (0,5 pt) Plusieurs manières. Soit calculer le travail des forces de pression ($W_{\text{pression}} = F_1 \times d_1 = 2'500$ J soit 250 W pour 10 secondes) soit calculer l'énergie potentielle acquise par la voiture ($E_p = m_{\text{voit}} g z = 2500 * 10 * 0.1* = 2'500$ J soit 250 W pour 10 secondes).

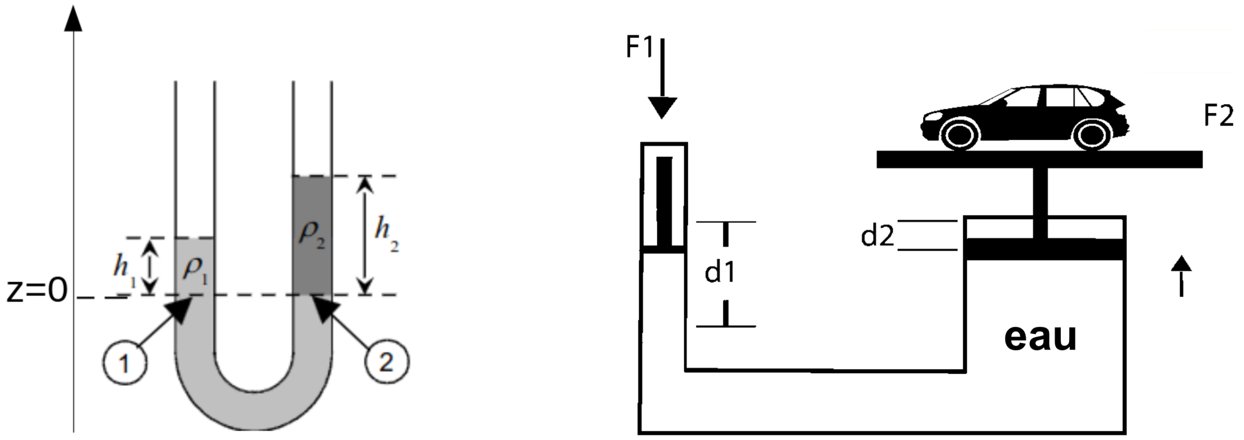

Figure 1 – a.Tube de Pascal ©juggling.ch, b. Presse de Pascal

Exercice 4 : Isolez-vous qu'ils disaient (∼ 4 points)

Soit une maison typique. Un chauffage central fourni 6 kW afin de maintenir la maison de 100 m^2 à la bonne température. La maison contient 6 fenêtres de 1 m^2 chacune. On considérera les pertes thermiques par les murs, le toit, la porte et le sol comme complètement négligeable.

1/ Dans un premier cas, si on considère un simple vitrage :

(a) Calculer la résistance thermique d'une vitre carrée de côté $a = 1,0$ m, d'épaisseur $e = 6,0$ mm. ($\lambda_{\text{verre}} = 1,0$ W.m^{-1}.K^{-1}) (0,5 pt) $R_{\text{th}} = \frac{e}{S\lambda} = 6,0 \times 10^{-3}$ K.W^{-1}.

(b) Si la température extérieure tombe à 0°C, et que le chauffage est à son maxmimum ($\phi_{\text{chauffage}} =$ 5600 W), que vaut la température à l'intérieur de la maison ? (1 pt) On a aussi $R_{\text{th}} = \frac{\Delta T}{\phi}$ donc ici $\Delta T = \frac{\phi}{5} \times R_{\text{th}} = \frac{6000}{6} 0.006 = 6°\text{C}$

2/ Soit l'usage du double vitrage. On s'intéresse désormais à un double vitrage carré de côté a = 1,0 m. Ce double vitrage est constitué de 3 milieux consécutifs de même épaisseur e = 6,0 mm. Les milieux extrêmes sont en verre et entre les deux plaques de verre, on emprisonne de l'air de conductivité thermique $\lambda_{\text{air}} = 2,6 \times 10^{-2}$ W.m^{-1}.K^{-1}.

(a) Calculer la résistance thermique de l'ensemble verre/air/verre d'une fenêtre. (1 pt) $R_{\text{th}} = \frac{e}{S}(\frac{2}{\lambda_{\text{verre}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{air}}}) = 0.242$ K.W^{-1} soit 40 fois plus qu'un simple vitrage.

(b) En déduire, à flux thermique constant, la température à l'intérieur de la maison. Est-ce bien réaliste ? Qu'avons-nous négligé abusivement ? Sachant que l'estimation de la puissance nécessaire au chauffage d'une maison est, elle, bien réaliste, pouvez-vous estimer un ordre de grandeur de ce qui a été négligé ? Conclure tout de même quant à l'intérêt de cette technologie. (1 pt) On trouve donc $\Delta T = \frac{\phi}{6} \times R_{\text{th}} = 242°\text{C}$! C'est évidemment beaucoup trop. Il faut soit arrêter de chauffer soit se demander si c'est bien réaliste. En fait les pertes par les fenêtres représentent plutot 10% des pertes totales. Une fois rajouté cette efficacité, on trouve bien une température plus vivable pour un humain.

(c) Quelle est l'analogie électrique avec cette situation ? (0,5 pt) Voir le cours.

Exercice 5 : Comparaison de différents modes de refroidissement d'une pièce ($\sim$ 5 points)

Dans cet exercice, on va comparer plusieurs modes de refroidissement pour une pièce vide de 20 m^2 au sol et avec 3 m de hauteur. On négligera la conduction de chaleur par les murs. On considérera que le mode de refroidissement ne sert qu'à abaisser la température de l'air. Vous trouverez des données numériques en fin d'énoncé. **Les questions 1 et 2 sont indépendantes.**

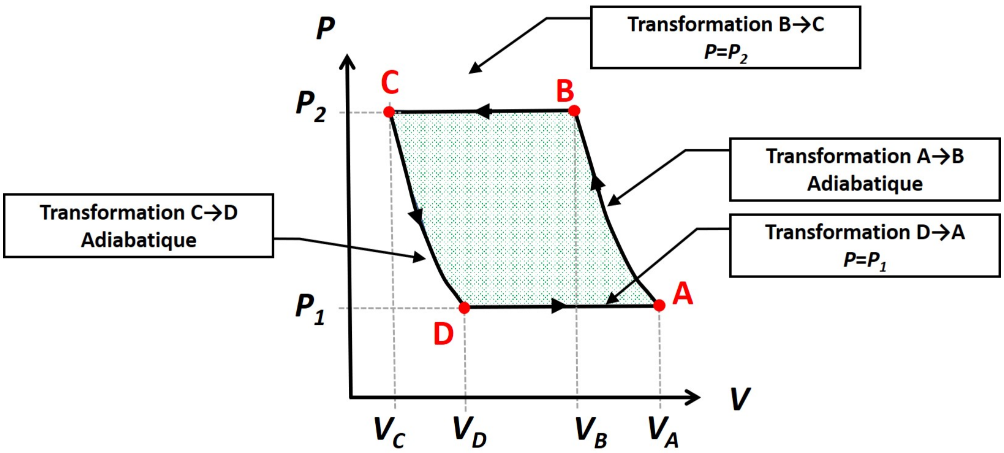

FIGURE 2 – Cycle thermodynamique d'une pompe à chaleur.

1/ Pompe à chaleur - Dans cette question, on va voir à quelle température une pompe à chaleur peut refroidir la pièce. Le cycle thermodynamique d'une pompe à chaleur est représenté figure 2. La source froide est ici la pièce à une température T_f que l'on cherche à déterminer. La source chaude est l'air extérieur supposé à une température T_c =30°C. Le cycle est réversible sans changement d'état. Pendant la transformation isobare de B à C, le moteur échange une chaleur Q_f avec la source froide (la pièce). Pendant la transformation isobare de D à A, le moteur échange une chaleur Q_c avec la source chaude (l'extérieur). Pour ce cycle, l'efficacité est définie comme $e = \frac{-Q_c}{W}$: Q_c est la quantité de chaleur froide fournie par la pompe à chaleur, et W est le travail que l'opérateur fournit à la pompe à chaleur pour qu'il marche.

- **(a)** Énoncer le premier principe de la thermodynamique en identifiant tous les termes. $\Delta U = W + Q$.
- **(b)** Déterminer la relation entre W, Q_f et Q_c. $W + Q_f + Q_c = 0$.
- **(c)** Énoncer le second principe de la thermodynamique et déterminer la variation d'entropie au cours du cycle thermodynamique de la pompe à chaleur. $\delta S = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_c$. Ici, on a $\Delta S = 0$.
- **(d)** Déterminer la relation entre Q_c, T_c, Q_f et T_f. $\delta S = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} = 0$.
- **(e)** En déduire l'expression de l'efficacité e en fonction de T_c et T_f. $e = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c+Q_f} = \frac{T_c}{T_c-T_f}$.
- **(f)** L'efficacité d'une pompe à chaleur commerciale est typiquement de 400%. Que vaut la température T_f de la pièce refroidie par la pompe à chaleur ? $T_f = T_c - \frac{T_c}{e} = 22.5$°C.

FIGURE 3 – a. Refroidissement par eau liquide. © 2022 The Associated Press. b. Un bloc de glace pour refroidir les rues de Tokyo. © OutlookIndia.

2/ Refroidissement par évaporation - Dans cette question, on va examiner un mode alternatif de refroidissement qui est parfois utilisé pour baisser la température des rues de New York (figure 3.a) ou de Tokyo (figure 3.b) : asperger d'eau liquide les rues, ou mettre un bloc de glace sur les trottoirs. On va voir si cette solution est efficace pour refroidir une pièce. Dans cette question, vous pourrez utiliser la figure 4, et vous ferez ATTENTION AUX UNITÉS !

(a) Rappeler la définition de la capacité thermique massique à pression constante. La capacité thermique massique à pression constante est l'énergie qu'il faut apporter à 1 kg du matériau donné pour élever sa température de 1 K, à pression constante.

(b) À partir de la figure 4, déterminer la capacité thermique massique de la glace et de l'eau liquide. Pour la glace, on a : $c_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{41.8}{20} = 2.09$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}. Pour l'eau on a $c_p = \frac{419}{100} = 4.19$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}.

(c) À partir de la figure 4, déterminer la chaleur latente de fusion et la chaleur latente de vaporisation de l'eau. Chaleur latente de fusion : $L_{fus} = 335$ kJ.kg^{-1}. Chaleur latente de vaporisation : $L_{vap} = 2257$ kJ.kg^{-1}.

(d) Déterminer l'expression littérale de l'énergie qu'il faut fournir à 1 kg d'eau pour le faire passer de 13°C (la température typique de sortie de robinet) à une température finale 100°C> T_f > 0°C. $E = c_{p,eau}(T_f - 13) = 4.19(T_f - 13)$, avec T_f en Celcius et E en kJ.

(e) Déterminer l'expression littérale de l'énergie qu'il faut fournir à 1 kg de glace pour le faire passer de -20°C (la température typique d'un congélateur) à une température finale 100°C> T_f > 0°C. $E = 20c_{p,glace} + L_{fus} + c_{p,eau}T_f = 376.8 + 4.19T_f$, avec T_f en Celcius et E en kJ.

(f) Déterminer l'expression littérale de l'énergie qu'il faut fournir pour abaisser la température de l'air contenu dans la pièce (10 m^2, 2.5 m de hauteur) de 30°C à une température finale T_f. $E = c_{mol,air}\frac{V}{V_a}M_a(30 - T_f) = 77.7(30 - T_f)$, avec T_f en Celcius et E en kJ.

(g) Déterminer la température T_f qu'aura la pièce si on la refroidit avec 1 kg d'eau à 13°C. Même question si on met de la glace à -20°C. Si on refroidit la pièce avec de l'eau : $77.7(30 - T_f) = 4.19(T_f - 13)$, soit $T_f = 29.1$°C. Si on refroidit la pièce avec de la glace : $77.7(30 - T_f) = 376.8 + 4.19T_f$, soit $T_f = 23.9$°C.

(h) Commenter les résultats obtenus. Mettre de la glace est beaucoup plus efficace que l'eau, pratiquement aussi efficace qu'une pompe à chaleur. Néanmoins ces résultats sont approximatifs : on n'a pas pris en compte la conduction à travers les murs ni l'ensoleillement, c'est-à-dire le rayonnement du Soleil par la fenêtre. On a également supposé une efficacité de la pompe à chaleur constante, et un régime permanent, ce qui est une grosse approximation.

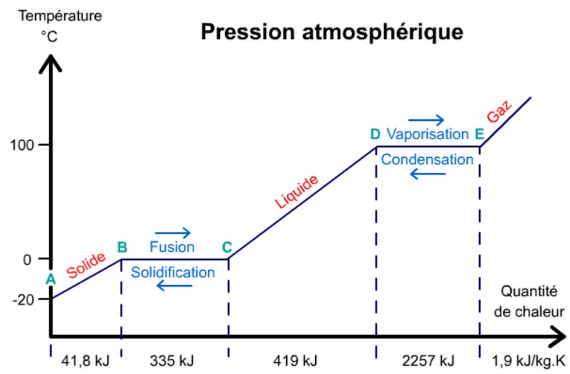

FIGURE 4 – Température de 1 kg d'eau, initialement sous la forme de glace, en fonction de la quantité de chaleur apportée. La pression est maintenue constante. © Joho.

Données (attention, toutes les données ne servent pas forcément !) :

- Capacité thermique massique de l'air : 1000 J.kg^{-1}.K^{-1}.
- Capacité thermique molaire de l'air : 75.2 J.mol^{-1}.K^{-1}.
- Volume molaire de l'air : $V_a = 22.4$ L.mol^{-1}.
- Masse molaire de l'air : M_a =29 g.mol^{-1}