

## INTERROGATION - PHYSIQUE

Mardi 19 Mars 2024

Durée : 30 minutes (40 minutes pour les tiers-temps).

### Exercice 1 : Questions de cours (~ 5 points)

- 1/ Énoncer le premier principe de la thermodynamique. Expliciter chaque terme de l'équation.  $\Delta U = W + Q$ .
- 2/ Énoncer le deuxième principe de la thermodynamique. Expliciter chaque terme de l'équation.  $\delta S = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_c$ .
- 3/ Énoncer la loi de l'hydrostatique pour un fluide incompressible.  $P_0 - P(z) = -\rho g z$ .
- 4/ Donner la définition de la convection. **La convection est le mode de transfert thermique qui implique des mouvements macroscopiques de la matière. La convection est donc médiée par un fluide (gaz ou liquide).**
- 5/ Donner la définition du rayonnement. **Le rayonnement est un mode de transfert thermique médié par des ondes électromagnétiques, d'une surface vers une autre surface. En effet, chaque objet émet un rayonnement caractéristique de la température  $T$ .**

### Exercice 2 : Dérivées partielles, gradient, divergence (~ 4 points)

Dans tout l'exercice, on considérera le repère orthonormé cartésien  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ .

- 1/ Soit  $f(x, y, z) = 2e^x + 2x + 5yz^3$ . Calculer  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  et  $\frac{\partial f}{\partial z}$ .  $\frac{\partial f}{\partial x} = 2e^x + 2$ ;  $\frac{\partial f}{\partial y} = 5z^3$ ;  $\frac{\partial f}{\partial z} = 15yz^2$ .
- 2/ Donner la différentielle totale de  $f$ .  $df = (2e^x + 2)dx + 5z^3dy + 15yz^2dz$ .
- 3/ Calculer le gradient de  $f$ .  $\vec{\text{grad}} f = (2e^x + 2)\vec{u}_x + 5z^3\vec{u}_y + 15yz^2\vec{u}_z$ .
- 4/ Calculer le laplacien de  $f$ .  $\Delta f = 2e^x + 30yz$ .
- 5/ Soit  $\vec{A} = \sin(2xy)\vec{u}_x - 7z\vec{u}_y + xz^3\vec{u}_z$ . Calculer la divergence de  $\vec{A}$ .  $\text{div} \vec{A} = 2y \cos(2xy) + 3xz^2$ .

### Exercice 3 : Soudure (~ 5 points)

Lors de réparations de plomberie, on doit souvent souder des tuyaux en cuivre, par exemple pour installer un bouchon à une extrémité, comme indiqué figure 1. Pour cela, après avoir positionné le bouchon en bout de tuyau, on chauffe au chalumeau (ou au fer à souder) pour amener le tuyau à une température supérieure à la température de fusion de la soudure à base d'étain (typiquement 185°C). On va étudier ici la propagation de la chaleur le long du tuyau lorsque le chalumeau le chauffe.

On suppose que le tuyau est initialement à la température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ . Le chalumeau est tel qu'il impose une température  $T_1 = 270^\circ\text{C}$  à l'extrémité  $x = 0$  pendant toute la durée de la soudure. La soudure débute à  $t = 0$ . En d'autres termes, on a  $T(x = 0, t \geq 0) = T_1$ .

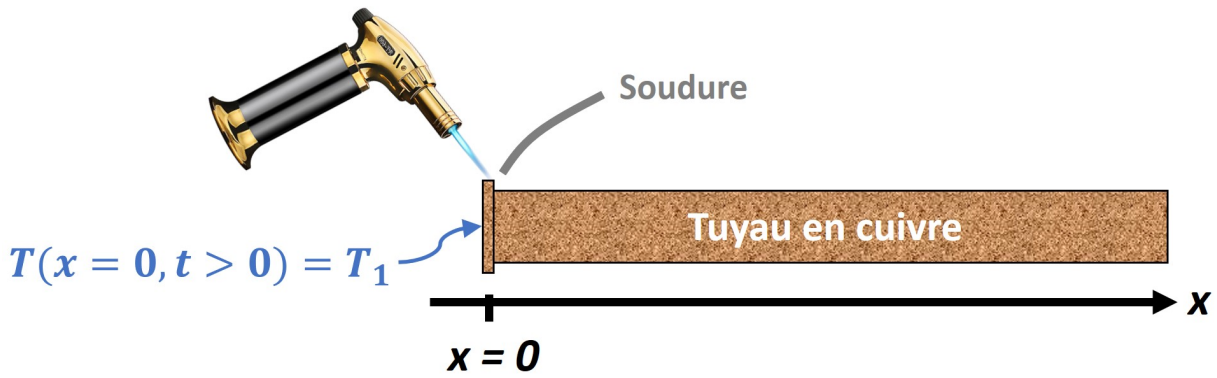


FIGURE 1 – Soudure d’un tuyau de cuivre. ©Fruugo FR.

- 1/ Donner la loi de Fourier.  $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$ .
- 2/ Donner l’équation de conservation de la chaleur.  $\text{div} \vec{j}_Q + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \sigma$ .
- 3/ Redémontrer l’équation de la chaleur.  $\text{div} \vec{j}_Q = -\mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \sigma = -\lambda \Delta T$ . D’où  $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\mu c_v} \Delta T$ .
- 4/ Que vaut le coefficient de diffusion thermique?  $D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c_v}$ .
- 5/ Estimer la longueur typique sur laquelle la chaleur du chalumeau se propage s’il chauffe pendant 1 minute.  $L \simeq \sqrt{D_{th} \tau} \simeq 7.6 \text{ cm}$ .

Données :

- Capacité thermique massique du cuivre :  $385 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- Conductivité thermique du cuivre :  $328 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- Masse volumique du cuivre :  $8920 \text{ kg.m}^{-3}$ .

### Exercice 4 : Élévation du niveau des océans (~ 6 points)

Dans cet exercice, grâce aux dérivées partielles, on va essayer d’estimer l’élévation du niveau de l’océan, du fait de l’augmentation de la température à la surface de la Terre. Pour cela, on a besoin du coefficient de dilatation thermique de l’eau :  $\alpha = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T} \simeq 150 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .  $V$  est le volume et  $T$  la température. Ce coefficient indique de quelle proportion augmente le volume lorsque la température augmente d’un degré.

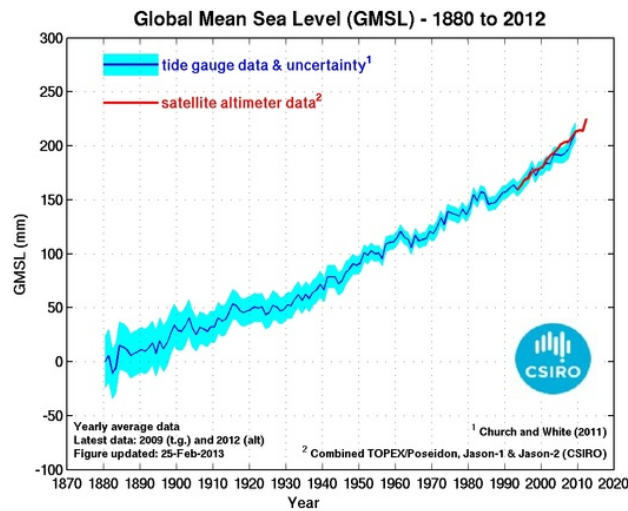


FIGURE 2 – Élévation du niveau de la mer (GMSL) en mm au cours du temps (années). ©CSIRO.

- 1/ Exprimer  $\frac{\partial V}{\partial T}$  en fonction de  $V$  et  $\alpha$ .  $\frac{\partial V}{\partial T} = \alpha V$ .

- 2/ On considère un volume  $V$  constitué d'un cylindre d'océan, de hauteur  $Z \simeq 1$  km variable et de surface (section)  $S$  fixée. (Note : 1 km est la profondeur typique des océans) Que vaut le volume  $V$  du cylindre ? Que vaut  $\frac{\partial V}{\partial T}$  en fonction de  $\frac{\partial Z}{\partial T}$  ?  $V = SZ$ , puis  $\frac{\partial V}{\partial T} = S\frac{\partial Z}{\partial T}$ .
- 3/ En déduire une relation entre  $\alpha$ ,  $Z$ , l'élévation des océans  $\Delta Z$  et l'élévation de température  $\Delta T$ .  $\frac{\partial V}{\partial T} = S\frac{\partial Z}{\partial T} = \alpha V$ . D'où  $\Delta Z = \alpha Z \Delta T$ .
- 4/ Entre 1880 et 2020, la température à la surface de la Terre s'est élevée de 1 K. De combien se seraient élevés les océans, si on ne considère que la dilatation thermique de l'eau ?  $\Delta Z \simeq 150$  mm.
- 5/ Comparer votre résultat avec la figure 2. La figure 2 donne plutôt une augmentation de 200 mm observée.
- 6/ Quel(s) autre(s) facteur(s) ont pu contribuer à l'élévation du niveau des océans ? D'autres facteurs peuvent intervenir, comme la fonte des glaciers ou de la glace des pôles.