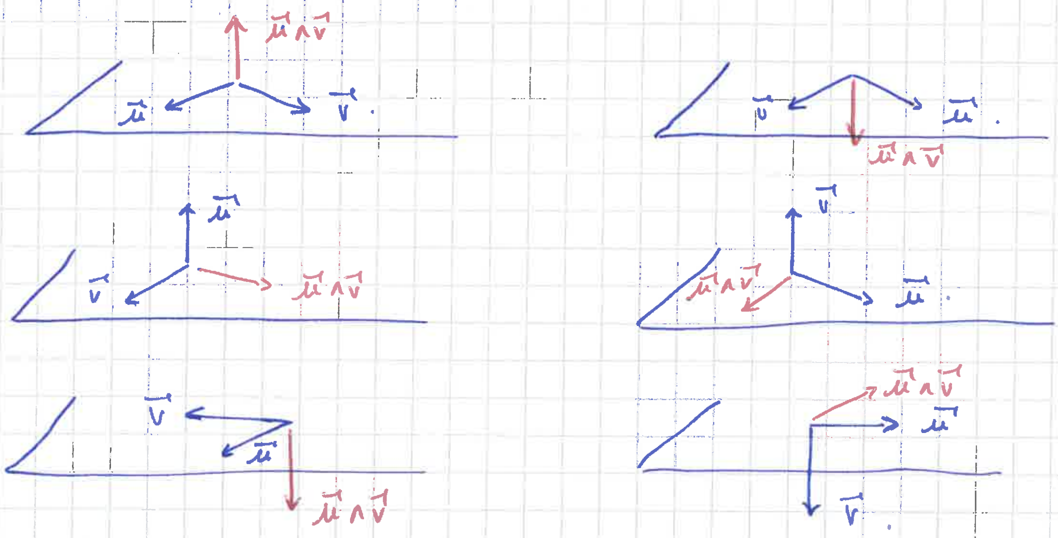
Exercices sur le produit vectoriel.

$(\vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$ et $(\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z})$ sont des bases directes.

1. $\vec{u_y} \wedge \vec{u_z} = \vec{u_x}$
2. $\vec{u_x} \wedge \vec{u_z} = -\vec{u_y}$
3. $\vec{u_y} \wedge \vec{u_x} = -\vec{u_z}$
4. $(5\vec{u_x} + 4\vec{u_z}) \wedge (\vec{u_y} + \vec{u_x}) = 5\vec{u_z} - 4\vec{u_x} + 4\vec{u_y}$.
5. $3\vec{u_y} \wedge (2\vec{u_x} + \vec{u_y} + 3\vec{u_z}) = -6\vec{u_z} + 9\vec{u_x}$
6. $(6\vec{u_y} + \vec{u_z}) \wedge (-3\vec{u_x} + \vec{u_y}) = 18\vec{u_z} - 3\vec{u_y} - \vec{u_x}$.
7. $\vec{u_r} \wedge \vec{u_z} = -\vec{u_\theta}$
8. $\vec{u_\theta} \wedge \vec{u_z} = \vec{u_r}$
9. $15\vec{u_r} \wedge \vec{u_\theta} = 15\vec{u_z}$
10. $(3\vec{u_r} + \vec{u_\theta}) \wedge (2\vec{u_r} + \vec{u_z}) = -3\vec{u_\theta} - 2\vec{u_z} + \vec{u_r}$.
11. $(2\vec{u_\theta} + 5\vec{u_z}) \wedge (-\vec{u_r} + 2\vec{u_\theta}) = 2\vec{u_z} - 5\vec{u_\theta} - 10\vec{u_r}$.
12. $\vec{u_z} \wedge (2\vec{u_r} + \vec{u_\theta}) = 2\vec{u_\theta} - \vec{u_r}$
13. $(\vec{u_r} - 5\vec{u_z}) \wedge \vec{u_\theta} = \vec{u_z} + 5\vec{u_r}$
14. $(\vec{u_r} + \vec{u_\theta}) \wedge \vec{u_z} = -\vec{u_\theta} + \vec{u_r}$
15. $(5\vec{u_r} + \vec{u_\theta}) \wedge (3\vec{u_\theta} + \vec{u_z}) = 15\vec{u_z} - 5\vec{u_\theta} - \vec{u_r}$.

Donner la direction de $\vec{u} \wedge \vec{v}$.



Pour les vecteurs suivants en coordonnées cartésiennes, calculer le produit vectoriel

1. $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2-6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -11 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

Montrer que $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bf - ce \\ cd - af \\ ae - bd \end{pmatrix}$

$(a\,\vec{u_x} + b\,\vec{u_y} + c\,\vec{u_z}) \wedge (d\,\vec{u_x} + e\,\vec{u_y} + f\,\vec{u_z})$

$= ae\,\vec{u_z} - af\,\vec{u_y} - bd\,\vec{u_z} + bf\,\vec{u_x} + cd\,\vec{u_y} - ce\,\vec{u_x}$

$= \begin{pmatrix} bf - ce \\ cd - af \\ ae - bd \end{pmatrix}$