Institut Villebon Georges Charpak — 2023-2024
Sciences et Sport

Interrogation - Physique

Vendredi 10 novembre 2023

Durée : 30 min (40 min pour les tiers-temps)

Exercice 1 : Petites questions pour se mettre en jambe (7 points)

1/ Énoncer le principe d'inertie. Un système sur lequel ne s'exerce aucune force reste au repos s'il est initialement au repos, ou est animé d'un mouvement rectiligne uniforme s'il est initialement en mouvement.

2/ Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. $\Delta E_c = \sum W_{\vec{F}_{ext}}$.

3/ Deux masses, l'une de masse $m_1 = 1$ kg et l'autre de masse $m_2 = 1$ tonne, tombent d'une hauteur de 10 m sans vitesse initiale. Quelle masse a la vitesse de chute libre la plus importante (on négligera les frottements) ? Les deux masses ont la même vitesse de chute.

4/ Ici $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ est une base orthonormée directe. Dans les calculs, vous ferez attention à ne pas confondre produit vectoriel et produit scalaire !

- **(a)** $(\vec{u}_z, \vec{u}_\theta, \vec{u}_r)$ est-elle une base directe ou indirecte ? C'est une base indirecte.
- **(b)** Calculer $3\vec{u}_r \wedge 2\vec{u}_\theta \ = 6\vec{u}_z$
- **(c)** Calculer $\vec{u}_z \wedge [(2\vec{u}_r + 4\vec{u}_\theta - \vec{u}_z) \wedge (2\vec{u}_r - 2\vec{u}_z)] \ = -2\vec{u}_r - 8\vec{u}_\theta$
- **(d)** Calculer $(\vec{u}_r + 5\vec{u}_z) \wedge (\vec{u}_z - 3\vec{u}_\theta) \ = 15\vec{u}_r - \vec{u}_\theta - 3\vec{u}_z$

Exercice 2 : Kebab (10 points)

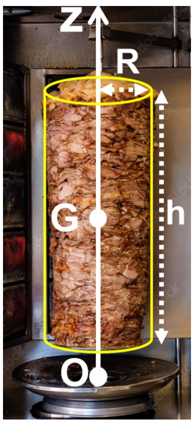

Figure 1 – Kebab. Photo : Adobe Stock.

Figure 2 – Grill grec. Photo : Alamy.

On considère le kebab de la figure 1. On modélise le morceau de viande par un cylindre de rayon R et de hauteur h, de masse m, de centre de masse G, en rotation avec une vitesse angulaire ω autour de l'axe Oz vertical et passant par son centre. Le moteur du grill exerce une force sur le pic de telle sorte à ce que la vitesse de rotation du kebab soit constante. On appellera $\overrightarrow{\mathcal{M}}_{moteur}$ le moment de la force exercée par le moteur par rapport à Oz.

1/ Quelle est la définition du moment d'inertie d'un système ? $I = \sum_i m_i r_i^2$

2/ Donner l'expression littérale du vecteur rotation du kebab en fonction de ω. $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z$

3/ On peut montrer que le moment d'inertie du cylindre en rotation autour de Oz vaut $\frac{mR^2}{2}$. Donner l'expression littérale du moment cinétique du kebab en fonction des données du problème. $\vec{L} = \frac{mR^2}{2}\omega \vec{u}_z$

4/ Quelle est l'expression littérale du moment du poids du kebab par rapport au point O ? $\vec{\mathcal{M}}_{poids} = \vec{OG} \wedge m\vec{g}$

5/ Quelle est la valeur du moment du poids du kebab ? $\vec{\mathcal{M}}_{poids} = \vec{0}$

6/ Quelle est la valeur du moment de la réaction normale du support ? $\vec{\mathcal{M}}_{support} = \vec{0}$

7/ Énoncer le théorème du moment cinétique. $\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \mathcal{M}_{ext} = \vec{\mathcal{M}}_{moteur}$

8/ Le moment $\vec{\mathcal{M}}_{moteur}$ augmente-t-il ou diminue-t-il lorsque le kebab est progressivement consommé ? Lorsque le kebab est progressivement consommé, son moment d'inertie diminue, donc son moment cinétique diminue, donc $\vec{\mathcal{M}}_{moteur}$ doit être négatif pour maintenir une vitesse de rotation constante.

9/ En Grèce, on peut trouver des grillades de différents types. On suppose que celles de la figure 2 ont toutes la même masse totale. Quelle est celle qui a le moment d'inertie le plus faible ? Le plus grand ? Le troisième kebab en partant du haut a le moment d'inertie le plus faible, celui du bas le moment d'inertie le plus grand.

10/ BONUS : Le kebab de la figure 1 a une masse volumique ρ. Montrer que son moment d'inertie autour de Oz vaut $\frac{mr^2}{2}$. Indice : vous pourrez d'abord calculer le moment d'inertie d'un cylindre creux. Le moment d'inertie d'un cylindre creux de rayon r, de hauteur h et d'épaisseur dr vaut $2\pi r h dr \rho r^2$. Ainsi, le moment d'inertie d'un cylindre plein vaut $\int_0^R 2\pi\rho h r^3 dr = \frac{\pi\rho h R^4}{2} = \frac{mR^2}{2}$.

Merci Arman pour l'idée de cet exercice !

Exercice 3 : Funambulisme (6 points)

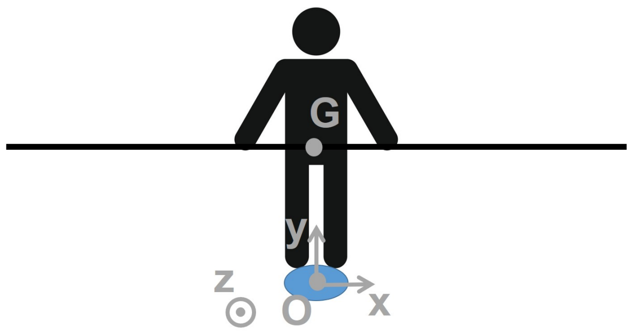

FIGURE 3 – Schématisation d'un funambule. Image : Vecteezy.

Les funambules utilisent parfois, pour se stabiliser, une longue perche (typiquement de 8 m) et assez lourde (typiquement 25 kg). Celle-ci a 2 fonctions principales : augmenter le moment d'inertie du funambule et abaisser le centre de masse G du funambule. C'est ce que nous allons étudier ici. On adoptera les notations de la figure 3 et on supposera que le système {funambule + perche} est rigide.

1/ On suppose que si le funambule est déstabilisé, il a un mouvement de rotation. Quel est alors l'axe de rotation ? L'axe de rotation est Oz.

2/ Augmenter le moment d'inertie -

(a) Le moment d'inertie du funambule est-il plus petit ou plus grand que le moment d'inertie du système {funambule + perche} ? Le moment d'inertie du funambule est plus petit que le moment d'inertie du système {funambule + perche}.

(b) Expliquer avec des arguments physiques et avec des mots pourquoi la perche stabilise le mouvement du funambule vis-à-vis de la rotation. Le moment cinétique du système vaut $\overrightarrow{L} = I\omega\overrightarrow{u}_z$ avec I le moment d'inertie et ω la vitesse angulaire. Le théorème du moment cinétique dit que $\frac{d\overrightarrow{L}}{dt} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_{ext}$. Donc, sous l'action d'une force déstabilisatrice (vent, etc...), le système aura une variation plus faible de vitesse angulaire, si I est plus grand. Le funambule va donc tourner moins vite et aura plus de temps pour rétablir son équilibre.

3/ Abaisser le centre de masse du funambule -

(a) À quelle hauteur le funambule doit-il porter la perche pour abaisser son centre de masse ? En dessous de son centre de masse, donc typiquement à bout de bras vers le bas.

(b) Quelle est l'expression littérale du moment du poids du système {funambule + perche} par rapport à O ? $\overrightarrow{\mathcal{M}}_{poids} = \overrightarrow{OG} \wedge m\overrightarrow{g}$

(c) Expliquer avec des arguments physiques et avec des mots pourquoi abaisser le centre de masse stabilise le mouvement du funambule vis-à-vis de la rotation. Si le funambule tourne, le poids va avoir un moment de force non-nul qui sera d'autant plus faible que le centre de masse est proche de O. Et plus le moment du poids est faible, moins il fera tourner le funambule en retour.